

# Nebenfach Mathematik im Informatik-Studium

Martin Gugat [martin.gugat@fau.de](mailto:martin.gugat@fau.de)

FAU: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

26. Oktober 2016

# Motivation

- Die rigorose Analyse von Algorithmen erfordert mathematische Beweismethoden.

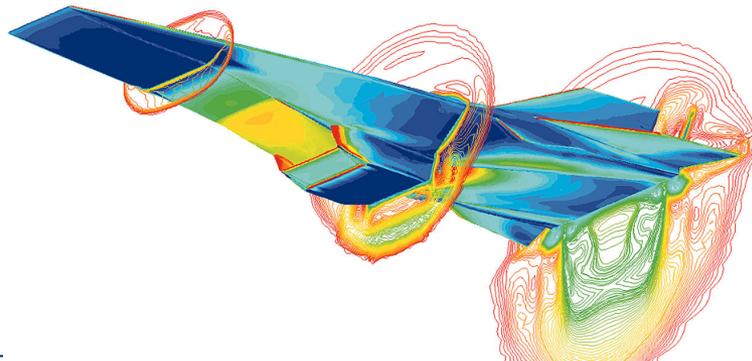


# Motivation

- Die rigorose Analyse von Algorithmen erfordert mathematische Beweismethoden.



- Numerische Simulationen komplexer Systeme erfordern intelligente Implementierungen.



# Department Mathematik

Cauerstr. 11

- Bereich *Theoretische Mathematik*:
  - Teilbereich Algebra und Geometrie
  - Teilbereich Mathematik in den Naturwissenschaften

# Department Mathematik

Cauerstr. 11

- Bereich *Theoretische Mathematik*:
  - Teilbereich Algebra und Geometrie
  - Teilbereich Mathematik in den Naturwissenschaften
- Bereich *Angewandte Mathematik*:
  - Teilbereich Optimierung
  - Teilbereich Partielle Differentialgleichungen

# Kurs Mathematik für Ingenieure C

Mathematik ist bereits Bestandteil des Studiums:  
Mathematik für Ingenieure **C1–C4**.

Dies liefert wesentliche Grundlagen,  
aber viele Themen werden dort  
nur kurz oder gar nicht behandelt.

# Bachelor Informatik: Nebenfach Mathematik

Im Informatik-Studium müssen für das Nebenfach Module im Umfang von 15 ECTS enthalten sein!

Im Folgenden gebe ich einen Überblick über geeignete Module.

Die Themengebiete sind aus den Bereichen

- Numerische Mathematik
- Optimierung
- Analysis
- Algebra.

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)
- **Nichtlineare Gleichungssysteme** (Fixpunktsätze, Konvergenzordnung, iterative Verfahren, Newton-Verfahren,)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  ?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)
- **Nichtlineare Gleichungssysteme** (Fixpunktsätze, Konvergenzordnung, iterative Verfahren, Newton-Verfahren,)
- **Lineare Ausgleichsrechnung**

# Numerik I für Ingenieure

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung zur Einführung in die Numerische Mathematik	Winter	3	4

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL	<b>Numerik I für Ingenieure</b>	Winter	4	
UEB	Übungen zur Numerik I für Ingenieure	Winter	2	$\Sigma = 7,5$

# Nichtlineare Optimierung

## *Wie löst man das Optimierungsproblem*

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

# Nichtlineare Optimierung

## *Wie löst man das Optimierungsproblem*

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**

# Nichtlineare Optimierung

## *Wie löst man das Optimierungsproblem*

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),

# Nichtlineare Optimierung

## Wie löst man das Optimierungsproblem

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),
- **Abstiegsverfahren**

# Nichtlineare Optimierung

## Wie löst man das Optimierungsproblem

$\min f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),
- **Abstiegsverfahren**

Die Optimierungsverfahren verwendet man zum Beispiel in der Bildverarbeitung.



# Optimierung für Ingenieure, Optimization for Engineers

Auf Englisch!

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Optimierung für Ingenieure	Sommer	3	5
UEB	Übungen zur Optimierung für Ingenieure	Sommer	1	

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)
- **Fortsetzung** von Lösungen - lineare und gestörte lineare Systeme

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)
- **Fortsetzung** von Lösungen - lineare und gestörte lineare Systeme
- **autonome Systeme und Flüsse, Stabilität**

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+2	5+2,5

*Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören*

# Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+2	5+2,5

*Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören*

- Teil 1: Diskretisierung** Ein- und Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen: - explizite und implizite Runge-Kutta-Verfahren, BDF, Extrapolation - asymptotische Stabilität (Nullstabilität), Konsistenz, Konvergenz - Steifheit und Stabilität bei fester Schrittweite - (Schrittweiten- und Ordnungsadaptivität) Randwertaufgaben für gewöhnliche Differentialgleichungen: - Einführung in Finite-Element-Verfahren

# Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+2	5+2,5

*Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören*

- Teil 1: Diskretisierung** Ein- und Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen: - explizite und implizite Runge-Kutta-Verfahren, BDF, Extrapolation - asymptotische Stabilität (Nullstabilität), Konsistenz, Konvergenz - Steifheit und Stabilität bei fester Schrittweite - (Schrittweiten- und Ordnungsadaptivität) Randwertaufgaben für gewöhnliche Differentialgleichungen: - Einführung in Finite-Element-Verfahren
- Teil 2: Unrestringierte Optimierung** - Abstiegsverfahren - CG-Verfahren (mit Vorkonditionierung, CG-Newton) - Quadratische Optimierungsprobleme - Penalty- und Barriereverfahren

# Einführung in die Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

# Einführung in die Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume

# Einführung in die Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume

# Einführung in die Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren

# Einführung in die Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach

# Einführung in die Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach
- Kompakte Operatoren

# Einführung in die Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach
- Kompakte Operatoren
- Lösbarkeit linearer Gleichungen (inklusive Fredholm’sche Alternative)

# Kombinatorische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Kombinatorische Optimierung	Winter	4+2	6 + 4

*Diskrete Optimierung:*

*Entscheidungsvariablen können nur endlich viele Werte annehmen.*

# Algebra

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Algebra	Winter	4+2	6 + 4

*Algebraische Strukturen: Gruppen, Ringe, Körper, ...*

# Mathematische Modellierung Theorie, Mathematische Modellierung Praxis

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Mathematische Modellierung	Winter	2+2	5

*Wie kann man Anwendungsprobleme mathematisch formulieren?*

# BSc Informatik: Nebenfach Mathematik (15 ECTS)

	Titel im UnivIS	Sem.	SWS	ECTS
1	Nichtlineare Optimierung	Win.	4+3	6+4
2	Optimization for Engineers	Som.	3+1	5
3	Kombinatorische Optimierung	Win.	4	6
4	Einführung in die Numerik	Win.	4+3	6+4
5	Numerik I für Ingenieure	Win.	4+2	7,5
6	Diskretisierung u. numerische Optimierung	Som.	4+2	5 + 2,5
7	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Win.	3+1	5
8	Einführung in die Funktionalanalysis	Som.	2+1	5
9	Algebra	Win.	4	6
10	Math. Modellierung Praxis (Theorie)	Win.	2+2	5

Es wird empfohlen, mit den Dozentinnen/Dozenten Rücksprache zu halten.

# Beispiele

- Gleichmässig verteilt:
  - Winter: Numerik I für Ingenieure, 7,5 ECTS
  - Sommer: Diskretisierung und numerische Optimierung, 7,5 ECTS
- 5 ECTS Winter + 10 ECTS Sommer
  - Winter(5.) Gewöhnliche Differentialgleichungen
  - Sommer(6.) Einführung in die Funktionalanalysis und Optimization for Engineers oder Diskretisierung und numerische Optimierung

# Studienberater Mathematik

# Studienberater Mathematik

Prof. Dr. Christoph Richard  
Department Mathematik  
Cauerstr. 11, Zimmer 02.335  
[richard@mi.uni-erlangen.de](mailto:richard@mi.uni-erlangen.de)