

Nebenfach Mathematik im Informatik-Studium

Martin Gugat martin.gugat@fau.de

FAU: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

26. Oktober 2016

Motivation

- Die rigorose Analyse von Algorithmen erfordert mathematische Beweismethoden.

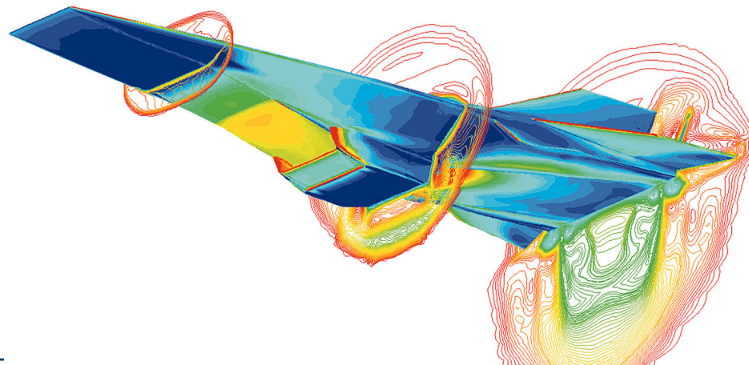


Motivation

- Die rigorose Analyse von Algorithmen erfordert mathematische Beweismethoden.



- Numerische Simulationen komplexer Systeme erfordern intelligente Implementierungen.



Department Mathematik

Cauerstr. 11

- Bereich *Theoretische Mathematik*:
 - Teilbereich Algebra und Geometrie
 - Teilbereich Mathematik in den Naturwissenschaften

Department Mathematik

Cauerstr. 11

- Bereich *Theoretische Mathematik*:
 - Teilbereich Algebra und Geometrie
 - Teilbereich Mathematik in den Naturwissenschaften
- Bereich *Angewandte Mathematik*:
 - Teilbereich Optimierung
 - Teilbereich Partielle Differentialgleichungen

Kurs Mathematik für Ingenieure C

Mathematik ist bereits Bestandteil des Studiums:
Mathematik für Ingenieure **C1–C4**.

Dies liefert wesentliche Grundlagen,
aber viele Themen werden dort
nur kurz oder gar nicht behandelt.

Bachelor Informatik: Nebenfach Mathematik

Im Informatik-Studium müssen für das Nebenfach Module im Umfang von 15 ECTS enthalten sein!

Im Folgenden gebe ich einen Überblick über geeignete Module.

Die Themengebiete sind aus den Bereichen

- Numerische Mathematik
- Optimierung
- Analysis
- Algebra.

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)
- **Nichtlineare Gleichungssysteme** (Fixpunktsätze, Konvergenzordnung, iterative Verfahren, Newton-Verfahren,)

Einführung in die Numerik:

Wie löst man $F(x) = 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	4

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)
- **Nichtlineare Gleichungssysteme** (Fixpunktsätze, Konvergenzordnung, iterative Verfahren, Newton-Verfahren,)
- **Lineare Ausgleichsrechnung**

Numerik I für Ingenieure

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	6
UEB	Übungen und Rechnerübung zur Einführung in die Numerische Mathematik	Winter	3	4

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL	Numerik I für Ingenieure	Winter	4	
UEB	Übungen zur Numerik I für Ingenieure	Winter	2	$\Sigma = 7,5$

Nichtlineare Optimierung

Wie löst man das Optimierungsproblem

min $f(x)$ mit der Restriktion $g(x) \leq 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

Nichtlineare Optimierung

Wie löst man das Optimierungsproblem

min $f(x)$ mit der Restriktion $g(x) \leq 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**

Nichtlineare Optimierung

Wie löst man das Optimierungsproblem

min $f(x)$ mit der Restriktion $g(x) \leq 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),

Nichtlineare Optimierung

Wie löst man das Optimierungsproblem

min $f(x)$ mit der Restriktion $g(x) \leq 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),
- **Abstiegsverfahren**

Nichtlineare Optimierung

Wie löst man das Optimierungsproblem

min $f(x)$ mit der Restriktion $g(x) \leq 0$?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+3	6+4

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),
- **Abstiegsverfahren**

Die Optimierungsverfahren verwendet man zum Beispiel in der Bildverarbeitung.



Optimierung für Ingenieure, Optimization for Engineers

Auf Englisch!

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Optimierung für Ingenieure	Sommer	3	5
UEB	Übungen zur Optimierung für Ingenieure	Sommer	1	

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$ (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$ (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$ (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$ (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$ (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)
- **Fortsetzung** von Lösungen - lineare und gestörte lineare Systeme

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$ (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Winter	3+1	5

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)
- **Fortsetzung** von Lösungen - lineare und gestörte lineare Systeme
- **autonome Systeme und Flüsse, Stabilität**

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+2	5+2,5

Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören

Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+2	5+2,5

Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören

- Teil 1: Diskretisierung** Ein- und Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen: - explizite und implizite Runge-Kutta-Verfahren, BDF, Extrapolation - asymptotische Stabilität (Nullstabilität), Konsistenz, Konvergenz - Steifheit und Stabilität bei fester Schrittweite - (Schrittweiten- und Ordnungsadaptivität) Randwertaufgaben für gewöhnliche Differentialgleichungen: - Einführung in Finite-Element-Verfahren

Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+2	5+2,5

Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören

- Teil 1: Diskretisierung** Ein- und Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen: - explizite und implizite Runge-Kutta-Verfahren, BDF, Extrapolation - asymptotische Stabilität (Nullstabilität), Konsistenz, Konvergenz - Steifheit und Stabilität bei fester Schrittweite - (Schrittweiten- und Ordnungsadaptivität) Randwertaufgaben für gewöhnliche Differentialgleichungen: - Einführung in Finite-Element-Verfahren
- Teil 2: Unrestringierte Optimierung** - Abstiegsverfahren - CG-Verfahren (mit Vorkonditionierung, CG-Newton) - Quadratische Optimierungsprobleme - Penalty- und Barriereverfahren

Einführung in die Funktionalanalysis

Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?

(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

Einführung in die Funktionalanalysis

Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?

(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume

Einführung in die Funktionalanalysis

Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?

(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume

Einführung in die Funktionalanalysis

Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?

(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren

Einführung in die Funktionalanalysis

Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?

(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach

Einführung in die Funktionalanalysis

Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?

(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach
- Kompakte Operatoren

Einführung in die Funktionalanalysis

Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?

(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Funktionalanalysis	Sommer	2+1	5

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach
- Kompakte Operatoren
- Lösbarkeit linearer Gleichungen (inklusive Fredholm’sche Alternative)

Kombinatorische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Kombinatorische Optimierung	Winter	4+2	6 + 4

Diskrete Optimierung:

Entscheidungsvariablen können nur endlich viele Werte annehmen.

Algebra

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Algebra	Winter	4+2	6 + 4

Algebraische Strukturen: Gruppen, Ringe, Körper, ...

Mathematische Modellierung Theorie, Mathematische Modellierung Praxis

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Einführung in die Mathematische Modellierung	Winter	2+2	5

Wie kann man Anwendungsprobleme mathematisch formulieren?

BSc Informatik: Nebenfach Mathematik (15 ECTS)

	Titel im UnivIS	Sem.	SWS	ECTS
1	Nichtlineare Optimierung	Win.	4+3	6+4
2	Optimization for Engineers	Som.	3+1	5
3	Kombinatorische Optimierung	Win.	4	6
4	Einführung in die Numerik	Win.	4+3	6+4
5	Numerik I für Ingenieure	Win.	4+2	7,5
6	Diskretisierung u. numerische Optimierung	Som.	4+2	5 + 2,5
7	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Win.	3+1	5
8	Einführung in die Funktionalanalysis	Som.	2+1	5
9	Algebra	Win.	4	6
10	Math. Modellierung Praxis (Theorie)	Win.	2+2	5

Es wird empfohlen, mit den Dozentinnen/Dozenten Rücksprache zu halten.

Beispiele

- Gleichmässig verteilt:
 - Winter: Numerik I für Ingenieure, 7,5 ECTS
 - Sommer: Diskretisierung und numerische Optimierung, 7,5 ECTS
- 5 ECTS Winter + 10 ECTS Sommer
 - Winter(5.) Gewöhnliche Differentialgleichungen
 - Sommer(6.) Einführung in die Funktionalanalysis und Optimization for Engineers oder Diskretisierung und numerische Optimierung

Studienberater Mathematik

Studienberater Mathematik

Prof. Dr. Christoph Richard
Department Mathematik
Cauerstr. 11, Zimmer 02.335
richard@mi.uni-erlangen.de